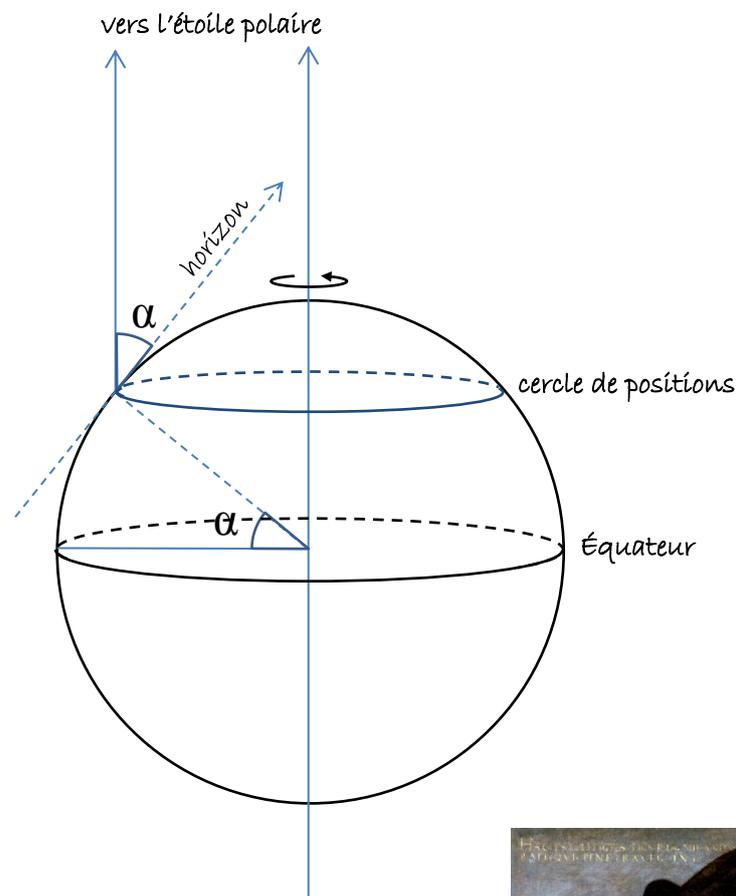


Navigation astronomique : une première approche

Pour connaître sa position sur le Globe, il faut déterminer deux coordonnées géographiques : une longitude et une latitude. Je vous propose ici une première approche grossière.

Pour la **latitude**, le plus simple est d'utiliser un point fixe dans le ciel : l'Étoile Polaire. Cette étoile étant placée presque exactement dans le prolongement de l'axe de rotation de la terre, sa direction indique (de nuit) le nord géographique.

Comme cette étoile est située très loin de nous, elle apparaît dans le ciel avec un angle qui sera d'autant plus faible que notre position se rapproche de l'Équateur. Cet angle détermine un cercle (« parallèle ») de positions sur le globe. En déterminant cet angle au sextant, on sait qu'on se trouve quelque part sur ce cercle. Par exemple : $32^{\circ} 45.12'$ Nord.



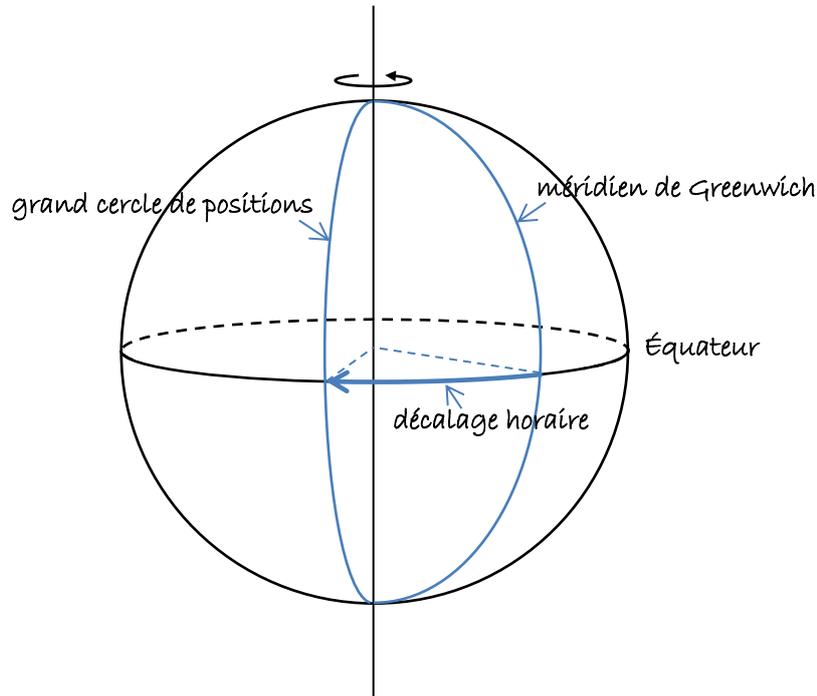
C'est par cette unique et rudimentaire façon de se situer que Christophe Colomb a navigué à quatre reprises vers l'Amérique entre 1492 et 1504.



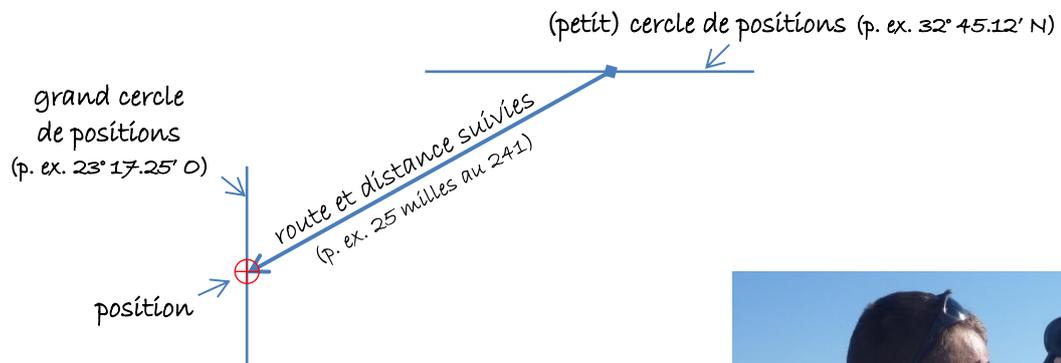
Pour l'autre coordonnée, la **longitude**, le principe consiste à déterminer, à l'endroit où on se trouve, le moment exact du passage du soleil à son point culminant dans le ciel : le midi solaire. Une horloge garde-temps précise, calée sur le midi solaire d'un méridien de référence (par exemple celui de Greenwich), permet de déterminer le décalage horaire entre le midi à notre position et l'heure de référence (heure GMT, pour Greenwich Mean Time).

Sachant que la Terre fait une révolution de 360° en 24 heures, une heure de décalage horaire correspond à 15° d'angle, et une minute fait un quart de degré (ou $15'$ d'angle), etc.

Donc, pour prendre un exemple, un décalage horaire de GMT + 1h 34' 09" correspond à un grand cercle de longitude $23^\circ 32.25'$ Ouest.



Le problème, ici, est qu'on ne peut pas faire les deux opérations en même temps. On n'obtient donc un point qu'après avoir effectué l'interpolation d'une route (si possible rectiligne) et d'une vitesse ; c'est-à-dire d'un segment de route. Certes, tout ceci reste très limité et relativement peu précis, mais c'est un début !



- Prochainement :
- le sextant, et déterminer le midi solaire au sextant
 - la droite de hauteur
 - la météo



Un problème de longitude

D'après un article proposé par Marie-Agnès Lahellec, CC n°98

Un naufrage. Le problème de la longitude

Voici un texte tiré du livre " Les découvreurs " Daniel Boorstin (Robert Laffont)

En 1707, toute une flotte anglaise avait sombré sur les rochers des îles Scilly, à moins de quarante milles des côtes... À l'époque la plus glorieuse de la Royal Navy, la perte accidentelle et non au combat, de tant de marins si près de leur port d'attache était une grave humiliation.....

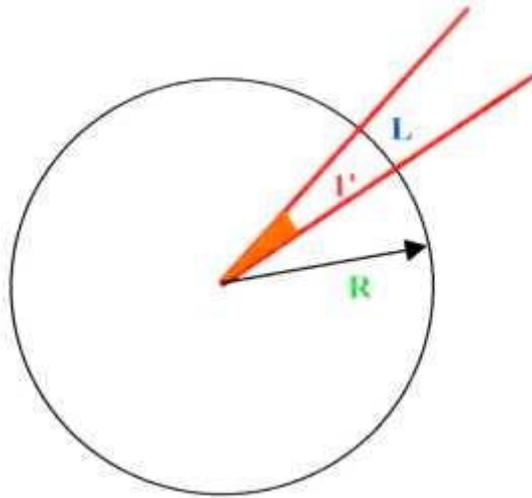
Deux éminents mathématiciens déclarèrent publiquement que la catastrophe aurait pu être évitée si seulement les marins n'avaient pas été aussi ignorants de la longitude... Sous le choc des événements, le Parlement adopte en 1714 une loi offrant une récompense à quiconque découvrirait un moyen pour déterminer la longitude en mer... L'heureux gagnant en fût John Harrison ...

En 1761 son modèle d'horloge n°4 parut bien au point. Au bout d'un voyage de neuf semaines à la Jamaïque, l'horloge n'accusait que cinq secondes de retard, soit 1,25 minute de longitude, ce qui était bien en deçà des trente minutes maximales autorisées par le Parlement.

1. Le mille marin est la distance séparant deux points d'un même méridien dont les verticales font un angle de $1,0'$ entre elles. Faites un schéma exprimant la définition. Donner la longueur du méridien terrestre en milles marins.
2. Le rayon de la Terre vaut $6,4 \cdot 10^3$ km. Donner la valeur du mille marin en m. En déduire la distance du lieu de naufrage aux côtes en km.
3. Expliquer comment une mesure de temps permet de déterminer une longitude et dire de quel temps il s'agit.
4. Vérifier l'assertion : "cinq secondes de retard, soit 1,25 minute de longitude".
5. Quelle erreur sur la position du bateau au bout de neuf semaines ces cinq secondes de retard induiraient-elles ?

Corrigé

1. On représente un méridien terrestre.
Le mille marin est la longueur de l'arc intercepté par un angle au centre d'une minute, le schéma n'est pas du tout à l'échelle.



La longueur du méridien terrestre correspond à un angle au centre de 180° soit $180 \times 60' = 10\,800'$

La longueur du méridien terrestre est donc $L = 10\,800$ milles marins

2. La longueur du méridien terrestre en m : $L = \pi R$.

$L = 2,01 \cdot 10^7$ m Donc un mille marin vaut $2,01 \cdot 10^7 / 10\,800 = 1,86 \cdot 10^3$ m

Le naufrage a eu lieu à quarante milles des côtes soit à 74 km des côtes .

3. On détermine l'heure de passage du Soleil au méridien du lieu où se trouve le bateau. Si l'on a un "gardien du temps" c'est-à-dire une horloge qui conserve l'heure du méridien de Greenwich on a la mesure du décalage horaire entre les deux méridiens et donc la longitude (1h de décalage horaire correspond à 15° de longitude).

Remarque : la détermination de la latitude ne posait pas de problème. On la calculait à partir de l'angle entre l'horizon et la direction du soleil au passage au méridien.

4. Faisons un tableau de correspondance

temps	60 minutes	60 secondes	une seconde	5 secondes
longitude	15°	15'	$60/15 = 0,25'$	1,25'

5. On a une erreur de 1,25 mille marin sur la position du bateau soit 2,3 km.

C'est assez remarquable : en 9 semaines l'erreur de positionnement du bateau due au retard de l'horloge est très faible. La précision donnée dans le texte concerne la route du bateau à l'équateur, car on suppose une incertitude de 5 secondes.

En effet, en supposant une recherche de position pour un parallèle donné, l'incertitude en distance dépend de la latitude par la formule suivante où Δq est l'erreur en longitude :

$$\Delta d = R_{\text{parallèle}} \times \Delta q \text{ (radian avec } R_{\text{parallèle}} = R_T \times \cos(\text{latitude}).$$

Notes :

1. L'orthodromie (de $\alpha\theta\omicron\sigma$ droit et $\delta\rho\omicron\mu\omicron\sigma$, course) est le terme de navigation pour ce que les géomètres appellent géodésiques (ligne de longueur minimale entre deux points), malheureusement on démontre qu'il n'existe aucune carte isométrique.

2. La loxodromie ($\lambda\omicron\xi\omicron\sigma$, oblique) désigne une trajectoire à cap constant (ce qui présuppose une carte, c'est à dire sur la surface, un réseau de courbes (méridiens et parallèles). Elle fut fort utilisée sur des cartes basées sur la projection de Mercator car les loxodromies y sont représentées par des droites (cette projection est "conforme", elle conserve les angles).

3. Comme la Terre est plutôt un ellipsoïde qu'une sphère, la définition que l'on trouve pour le "mille marin" ou "nautique" est : 1' de longitude à la latitude 45° .

